

#### Zadatak 4.

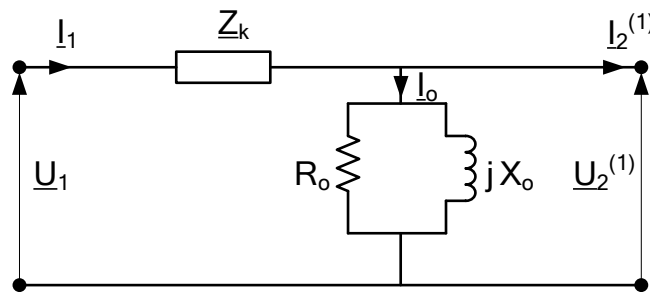
Trofazni dvonamotajni transformator nominalnog prenosnog odnosa  $m = 220/10 \text{ kV/kV}$  ima sljedeće karakteristike:

- nominalna snaga  $S_n = 50 \text{ MVA}$ ,
- relativni napon kratkog spoja  $u_{k\%} = 11 \%$ ,
- struja praznog hoda  $j_{0\%} = 2.6 \%$ ,
- gubici u bakru  $p_{Cu\%} = 0.65 \%$  i
- gubici u gvožđu  $p_{Fe\%} = 0.15 \%$ .

- a) Izračunati parametre zamjenske obrnute „ $\Gamma$ “ šeme.
- b) Izračunati parametre zamjenske „ $\Gamma$ “ šeme.
- c) Odrediti gubitke aktivne i reaktivne snage u transformatoru, ako je sekundar opterećen snagom  $\underline{S}_2 = (30 + j40) \text{ MVA}$  pri naponu  $U_2 = 11 \text{ kV}$ .

#### Rješenje:

- a) Zamjenska obrnuta „ $\Gamma$ “ šema dvonamotajnog transformatora je:



Parametri zamjenske šeme su:

$$\underline{Z}_k = (R_1 + R_2^{(1)}) + j(X_1 + X_2^{(1)})$$

$$Z_k = \frac{u_{k\%} U_{1n}^2}{100 S_n} = \frac{11 \cdot 220^2}{100 \cdot 50} = 106.48 \Omega$$

$$Z_o = \frac{100 U_{1n}^2}{j_{0\%} S_n} = \frac{100 \cdot 220^2}{2.6 \cdot 50} = 37231 \Omega$$

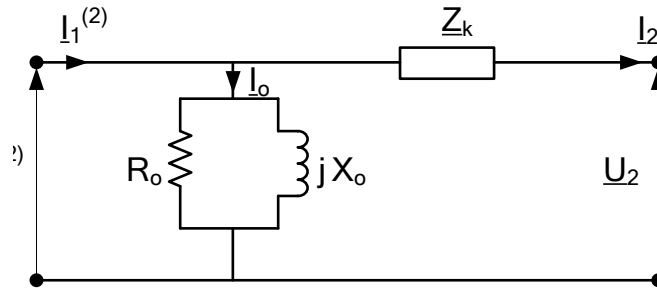
$$R_k = \frac{p_{Cu\%} U_{1n}^2}{100 S_n} = \frac{0.65 \cdot 220^2}{100 \cdot 50} = 6.292 \Omega$$

$$R_o = \frac{100 U_{1n}^2}{p_{Fe\%} S_n} = \frac{100 \cdot 220^2}{0.15 \cdot 50} = 645333 \Omega$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 106.294 \Omega$$

$$X_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{Z_o}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_o}\right)^2}} = 37293 \Omega$$

- b) Zamjenska „ $\Gamma$ “ šema dvonamotajnog transformatora je:



$$\underline{Z}_k = (R_1^{(2)} + R_2) + j(X_1^{(2)} + X_2)$$

$$Z_k = \frac{u_k\%}{100} \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{11}{100} \frac{10^2}{50} = 0.22 \Omega$$

$$Z_o = \frac{100}{j_o\%} \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{100}{2.6} \frac{10^2}{50} = 76.923 \Omega$$

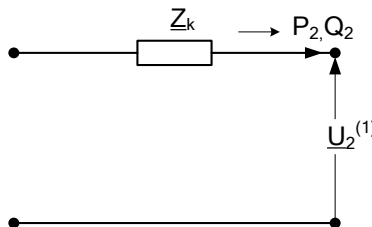
$$R_k = \frac{p_{cu}\%}{100} \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{0.65}{100} \frac{10^2}{50} = 0.013 \Omega$$

$$R_o = \frac{100}{p_{Fe}\%} \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{100}{0.15} \frac{10^2}{50} = 1333.333 \Omega$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 0.2196 \Omega$$

$$X_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{Z_o}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_o}\right)^2}} = 77.133 \Omega$$

- c) Dati su napon na sekundaru i opterećenje transformatora. Ukoliko se zanemare gubici otočne grane (gubici praznog hoda), dobija se uprošćena „I“ šema dvonamotajnog transformatora:



Parametri režima rada su:

$$\underline{U}_2 = 11[0^\circ \text{ kV}$$

$$\underline{S}_2 = (30 + j40) \text{ MVA}$$

Kako su poznati uslovi rada na sekundaru, gubici u transformatoru se mogu odrediti na dva načina:

- iz „I“ šeme nastale zanemarivanjem otočne grane obrnute „Γ“ šeme,
- iz „I“ šeme nastale zanemarivanjem otočne grane „Γ“ šeme.

$$\underline{S}_{Z_k^{(1)}} = \underline{Z}_k^{(1)} \frac{P_2^2 + Q_2^2}{(U_2^{(1)})^2} = (6.292 + j106.294) \frac{30^2 + 40^2}{\left(11 \frac{220}{10}\right)^2} 10^6 = (0.2686 + j4.5248) \text{ MVA}$$

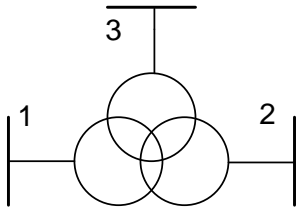
$$\underline{S}_{Z_k^{(2)}} = \underline{Z}_k^{(2)} \frac{P_2^2 + Q_2^2}{(U_2)^2} = (0.013 + j0.219) \frac{30^2 + 40^2}{11^2} 10^6 = (0.2686 + j4.5248) \text{ MVA}$$

Kao što se može primjetiti, u oba slučaja se dobija isto rješenje.

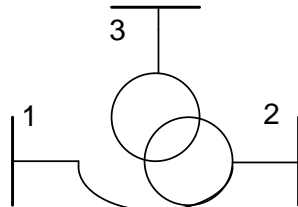
### Zadatak 5.

Odrediti parametre zamjenske šeme:

- trofaznog tronamotajnog transformatora (Slika 1),
- trofaznog autotransformatora sa tercijerom (Slika 2),
- trofaznog autotransformatora bez tercijera (Slika 3).



Slika 1



Slika 2



Slika 3

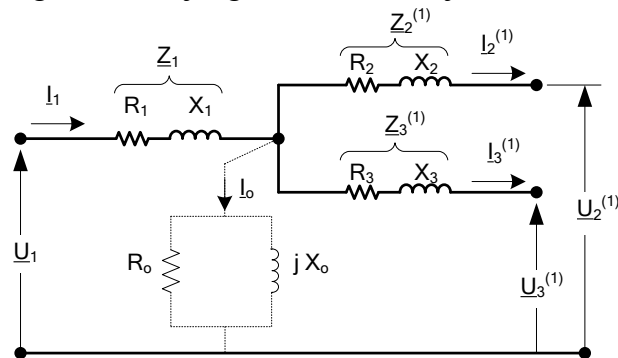
$$\begin{aligned}
 m &= 115/38.5/11 \\
 S_n &= 40 \text{ MVA} \\
 P_{Fe} &= 63 \text{ kW} \\
 P_{Cu12} &= 240 \text{ kW} \\
 P_{Cu13} &= 240 \text{ kW} \\
 P_{Cu23} &= 240 \text{ kW} \\
 U_{k12\%} &= 10.5 \% \\
 U_{k13\%} &= 7 \% \\
 U_{k23\%} &= 6 \% \\
 j_o\% &= 0.9 \%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= 115/38.5/11 \\
 S_{12n} &= 40 \text{ MVA} \\
 S_3 &= 13.33 \text{ MVA} \\
 P_{Fe} &= 63 \text{ kW} \\
 P_{Cu12} &= 240 \text{ kW} \\
 P_{Cu13} &= 240 \text{ kW} \\
 P_{Cu23} &= 240 \text{ kW} \\
 U_{k12\%} &= 10.5 \% \\
 U_{k13\%} &= 7 \% \\
 U_{k23\%} &= 6 \% \\
 j_o\% &= 0.9 \%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= 115/38.5 \\
 S_n &= 40 \text{ MVA} \\
 P_{Fe} &= 63 \text{ kW} \\
 P_{Cu} &= 240 \text{ kW} \\
 u_{k\%} &= 10.5 \% \\
 j_o\% &= 0.9 \%
 \end{aligned}$$

### Rješenje:

- Zamjenska šema trofaznog tronamotajnog transformatora je:



sa koje se može i primjetiti određena analogija sa dvonamotajnim transformatorom. Potrebno je na početku primjetiti da svaki od tri namotaja je dimenzionisan za istu snagu  $S_n = 40 \text{ MVA}$ .

$$Z_{12} = |Z_1 + Z_2^{(1)}| = \frac{u_{k12\%} U_{1n}^2}{100 S_{12n}} = \frac{10.5 \cdot 115^2}{100 \cdot 40} = 34.72 \Omega$$

$$R_{12} = R_1 + R_2^{(1)} = \frac{p_{cu12\%} U_{1n}^2}{100 S_{12n}} = \frac{p_{cu12\%} S_{12n} U_{1n}^2}{100 S_{12n} S_{12n}} = P_{Cu12} \frac{U_{1n}^2}{S_{12n}^2} = 1.98 \Omega$$

$$X_{12} = \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2} = 34.66 \Omega$$

$$Z_{13} = \frac{u_{k13\%} U_{1n}^2}{100 S_{13n}} = 23.14 \Omega$$

$$R_{13} = \frac{P_{cu13}}{S_{n13}^2} U_{n1}^2 = 1.98 \Omega$$

$$X_{13} = \sqrt{Z_{13}^2 - R_{13}^2} = 23.05 \Omega$$

$$Z_{23} = \frac{u_{k23\%} U_{1n}^2}{100 S_{23n}} = 19.84 \Omega$$

$$R_{23} = \frac{P_{cu23}}{S_{n23}^2} U_{n1}^2 = 1.98 \Omega$$

$$X_{23} = \sqrt{Z_{23}^2 - R_{23}^2} = 19.74 \Omega$$

Kao i kod dvonamotajnog transformatora određuju se parametri zamjenske šeme, ali se vodi računa o snazi koja se može prenijeti sa namotaja na namotaj iako je to u konkretnom slučaju pod a) ista snaga u sva tri slučaja  $S_n = 40$  MVA. Vrijednosti parametara zamjenske šeme trofaznog tronamotajnog transformatora dobijaju se na sljedeći način:

$$R_1 = \frac{R_{12} + R_{13} - R_{23}}{2} = 0.99 \Omega$$

$$R_2^{(1)} = \frac{R_{12} + R_{23} - R_{13}}{2} = 0.99 \Omega$$

$$R_3^{(1)} = \frac{R_{13} + R_{23} - R_{12}}{2} = 0.99 \Omega$$

$$X_1 = \frac{X_{12} + X_{13} - X_{23}}{2} = 18.98 \Omega$$

$$X_2^{(1)} = \frac{X_{12} + X_{23} - X_{13}}{2} = 15.67 \Omega$$

$$X_3^{(1)} = \frac{X_{13} + X_{23} - X_{12}}{2} = 4.06 \Omega$$

Parametri otočne grane računaju se kao kod dvonamotnog transformatora.

$$Z_o = \frac{100 U_{1n}^2}{j_{o\%} S_n} = \frac{100 \cdot 115^2}{0.9 \cdot 40} = 36736.11 \Omega$$

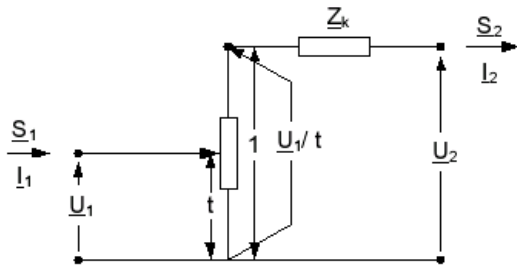
$$R_o = \frac{U_{1n}^2}{P_{Fe}} = 209920.63 \Omega$$

Djelove zadatka pod b) i c) rade se analogno prethodnom pa ih uraditi za vježbu.

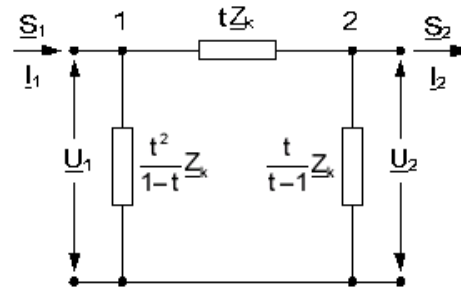
### Zadatak 6.

Trofazni dvonamotajni transformator opterećen je na strani nižeg napona prividnom snagom od 120 MVA pri faktoru snage  $\cos\varphi = 1$  i naponu 110 kV pri regulacionom izvodu na strani višeg napona od -10%. Odrediti fazor napona i kompleksnu snagu na strani namotaja višeg napona, koristeći ekvivalentno kolo sa Slike 4 i ekvivalentno kolo sa Slike 5.

Podaci o transformatoru:  $S_n = 150 \text{ MVA}$ ,  $m = 220/110 \text{ kV/kV}$  i  $x_{k\%} = 10 \%$ .



Slika 4.



Slika 5.

### Rješenje:

a) Za ekvivalentno kolo transformatora na Slici 4 važi:

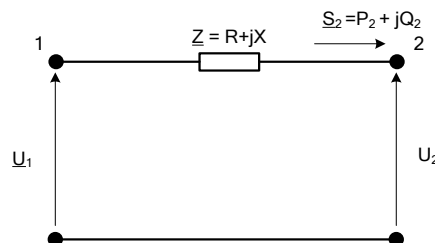
$$\underline{Z}_k = jX_k = j \frac{x_{k\%}}{100} \frac{U_{1n}^2}{S_n} = j \frac{10}{100} \frac{220^2}{150} = j32.27 \Omega$$

$$t = \frac{220 - 0.1 \cdot 220}{220} = 0.9$$

$$U_2^{(1)} = mU_2 = \frac{220}{110} 110 = 220 \text{ kV}$$

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = S(\cos\varphi + j\sin\varphi) = 120 \text{ MVA}$$

U cilju jednostavnijeg zapisa naponske jednačine zamjenske šeme, u nastavku je iskorišćena jednačina za pad napona na kratkomvodu.



Uz poznate uslove na kraju voda, izraz za napon na početku voda je:

$$\underline{U}_1 = U_2 + \frac{P_2 R + Q_2 X}{U_2} + j \frac{P_2 X - Q_2 R}{U_2}$$

Treba primjetiti da je napon  $\underline{U}_2$  uzet po faznoj osi. Za razliku od njega, napon koji se traži,  $\underline{U}_1$  je kompleksan broj.

$$\frac{\underline{U}_1}{t} = U_2^{(1)} + j \frac{P_2 X_k}{U_2^{(1)}} = 220 + j \frac{120 \cdot 32.27}{220} = (220 + j17.6) \text{ kV}$$

$$\underline{U}_1 = (198 + j15.8) \text{ kV} = 199 \angle 4.6^\circ \text{ kV}$$

Snaga na primarnoj strani je jednaka snazi na sekundarnoj strani uvećana za gubitke u transformatoru:

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_2 + \Delta \underline{S}$$

$$\Delta \underline{S} = \Delta P + j \Delta Q$$

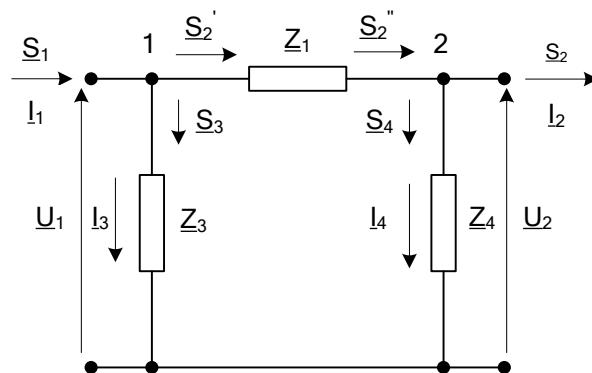
Kako je u zadatku zanemaren aktivni otpor namotaja transformatora, tada su gubici aktivne snage jednaki nuli, dok se gubici reaktivne snage određuju kao:

$$\Delta Q = X_k \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^{(1)2}} = 32.3 \frac{120^2 + 0}{220^2} = 9.6 \text{ MVar}$$

Tada je snaga na primarnoj strani:

$$\underline{S}_1 = (120 + j9.6) \text{ MVA}$$

b) Parametri zamjenske šeme na Slici 5 su:



$$\underline{Z}_1 = t \underline{Z}_k = 0.9 \cdot j32.27 = j29.04 \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{t^2}{1-t} \underline{Z}_k = \frac{0.9^2}{1-0.9} \cdot j32.27 = j261.39 \Omega$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{t}{t-1} \underline{Z}_k = -j290.43 \Omega$$

Kada se uzmu u obzir radni uslovi:

$$\underline{S}_4 = \frac{U_2^2}{\underline{Z}_4^*} = \frac{220^2}{j290.43} = -j166.65 \text{ MVA}$$

$$\underline{S}_2'' = \underline{S}_2 + \underline{S}_4 = (120 - j166.65) \text{ MVA}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= U_2^{(1)} + \frac{P_2'' R_1 + Q_2'' X_1}{U_2^{(1)}} + j \frac{P_2'' X_1 - Q_2'' R_1}{U_2^{(1)}} = U_2^{(1)} + \frac{Q_2'' X_1}{U_2^{(1)}} + j \frac{P_2'' X_1}{U_2^{(1)}} = \\ &= 220 - \frac{166.6 \cdot 29.04}{220} + j \frac{120 \cdot 29.04}{220} = (198 + j15.8) \text{ kV} = 199 \angle 4.6^\circ \text{ kV} \end{aligned}$$

Sada je snaga prije impedanse  $\underline{Z}_1$ :

$$\begin{aligned} \underline{S}_2' &= \underline{S}_2'' + \Delta \underline{S}_{Z_1} \\ \Delta P_{Z_1} &= 0 \\ \Delta Q_{Z_1} &= X_1 \frac{P_2''^2 + Q_2''^2}{U_2^{(1)2}} = 25.2 \text{ MVar} \\ \underline{S}_2' &= (120 - j141.4) \text{ MVA} \\ \underline{S}_3 &= \frac{U_1^2}{\underline{Z}_3^*} = \frac{199^2}{-j261.39} = j151 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Na kraju, snaga na primarnoj strani transformatora je:

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_2' + \underline{S}_3 = (120 + j9.6) \text{ MVA}$$

Zaključuje se da se na osnovu obje šeme a) i b) došlo do istog rješenja, što je i očekivano jer su obje šeme ekvivalentne.